

XVI. DOWODY ALGEBRAICZNE

Kolejne liczby ($n \in \mathbb{C}$):

całkowite: $n, n+1, n+2$

parzyste: $2n, 2n+2, 2n+4$

nieparzyste: $2n+1, 2n+3, 2n+5$

wielokrotności 7: $7n, 7n+7, 7n+14$

które przy dzieleniu na 5 dają resztę 3: $5n+3, 5n+8, 5n+13$

ZADANIA:

1. Wykaż, że suma sześciu kolejnych liczb naturalnych jest nieparzysta.
2. Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $(2n+5)^2 + 3$ jest podzielna przez 4.
3. Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby naturalnej n liczba $3n^2 + 2k + 7$ jest podzielna przez 4.

4. Wykaż, że suma czterech kolejnych liczb niepodzielnych przez 5 jest podzielna przez 5.

5. Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej nieparzystej n liczba $n^2 + 2023$ jest podzielna przez 8

6. Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $20n^2 + 30n + 7$ przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2.

7. Wykaż, że jeżeli liczba przy dzieleniu przez 11 daje resztę 5, to kwadrat tej liczby przy dzieleniu przez 11 daje resztę 3.

8. Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej a , która przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1, i dla każdej liczby całkowitej b , która przy dzieleniu przez 5 daje resztę 4, liczba $a^2 - b^2$ jest podzielna przez 5.

9. Udowodnij, że suma $3^{17} + 3^{16} + 3^{15}$ jest podzielna przez 13.

10. Udowodnij, że różnica $37^4 - 33^4$ jest podzielne przez 4.

11. Udowodnij, że liczba $4n + 3$ nie może być kwadratem liczby naturalnej.

12. Udowodnij, że liczba $5n + 2$ nie może być kwadratem liczby naturalnej.